**קומבינטוריקה**

**פרק 1 – עקרון החיבור ועקרון הכפל**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| שם הגדרה | מספר סעיף | עמוד | עמוד פתרון |  |
| עקרון החיבור | 1.2 | 7 |  | אם וגם הקבוצות זרות  אז  אם אפשר לבחור "משהו" אחד שנסמנו ב- אופנים  ו"משהו" אחר שנסמנו ב- אופנים  לבחור אחד מהשניים יש אופנים  הכללה למספר קבוצות זרות זו לזו עמוד 9 |
|  |  | 9 |  |  |
| עקרון הכפל | 1.3 | 11 |  | אם אפשר לבחור את האיבר ב- אופנים  ולאחר כל בחירה כזו אפשר לבחור את האיבר ב- אופנים  אז לבחירת שניהם בסדר הנ"ל יש אופנים  הכללת עקרון הכפל למספר רב של איברים עמוד14 |
| פונקציות שונות של A לB | ש1.32 | 17 | 151 | כל איבר של A יכול לקבל אחד מתוך k ערכים שונים |

**פרק 2 - חליפות, תמורות וצירופים**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| שם הגדרה | מספר סעיף | עמוד | עמוד פתרון |  |
| חליפה  (יש חשיבות לסדר  איברים שונים) | 2.1 | 18 |  | k-יה סדורה מתוך n איברים שבה כל האיברים שונים זה מזה  נקראת חליפה של k איברים מתוך n  נסמן ב- |
|  |  | 19 |  | מכפלה של k גורמים שהאחרון הוא |
|  | ש2.5 | 21 | 151 | פתרון בדרך אלגברית+קומבינטורית |
|  | ש2.10 | 22 | 22 |  |
| תמורות  (סידור n בשורה) | 2.1.1 | 23 |  | חליפה של n איברים מתוך n נקראת תמורה של n איברים  חליפה – היא סידור של n איברים בשורה  שתי תמורות כלו שונות רק בסדר ולא באיברים |
|  | ש2.12 | 24 | 24 | הושבת אורחים מסביב לשולחן = |
| הפרת סדר | ש2.14 | 25 | 154 | כאשר בתמורה של מספרים לא נשמר סדר עולה (משמאל לימין), זוהי הפרת סדר בתמורה, כל הופעה של מספר לפני מספר קטן ממנו נקראת **הפרת סדר.**  **טרנזפוזיציה** – החלפה הדדית בין מקומותיהם של 2 איברים |
|  | ש2.17 | 26 | 155 | ישנה הוכחה אלגברית והוכחה קומבינטורית |
| צירוף  (אין חשיבות לסדר  איברים שונים) | 2.2 | 27 |  | תת קבוצה בעלת k איברים של קבוצה בעלת n איברים, נקראת **צירוף** של k איברים מתוך n. **(k האיברים שונים)**  עבור כל , יש רק צירוף אחד של איברים מתוך , וצירופים של איבר אחד מתוך  מספר הצירופים של k איברים מתוך מסומן: או ב  מכל צירוף של k איברים מתוך n, אפשר לבנות k! חליפות של k איברים מתוך n |
|  |  | 28 |  | **מספר הגורמים במונה = מספר הגורמים במכנה** |
|  |  | 29 |  | *(\*) הוכחה קומבינטורית באותו עמוד* |
|  |  | 30 |  |  |
|  |  | 32 |  | הוכחה קומבינטורית ש2.24 פתרון 157.  הוכחה אלגברית באותו עמוד. |
|  | ש2.29 | 37 | 158 | ניתן לחלק 2n איברים לn זוגות ב- אופנים |
| חליפות ותמורות עם חזרות | 2.3 | 39 |  | נתונים n איברים יוצרים חליפה בת k איברים, שבה כל איבר יכול להופיע בכפילויות (אך לא יותר מk פעמים)  חליפה כזו נקראת **חליפה עם חזרות** של k איברים מתוך n. |
|  |  | 40 |  | מספר החליפות עם חזרות =  חלוקת k עצמים שונים לn תאים שונים = |
|  |  | 43 |  | הסבר מורחב על ה**הבדל** בין חליפה בלי חזרות ל**חליפה עם חזרות** |
| תמורה עם חזרות |  | 44 |  | מספר ה**תמורות עם חזרות** של איברים שביניהם איברים זהים, איברים (אחרים) זהים וכו'. מסומן: |
| צירופים עם חזרות | 2.4 | 47 |  | צירוף של k איברים מתוך n () = תת קבוצה של k איברים מתוך הn איברים.  נתונים n עצמים, כאשר העצמים מכל זוג זהים ומספרם בלתי מוגבל,  נבחר מהn עצמים האלה k עצמים: מהסוג הראשון, מהסוג השני וכו' עד  יכולים להשתנות מבחירה לבחירה, אבל תמיד עליהם לקיים  כל בחירה כזו נקראת **צירוף עם חזרות** של k איברים מתוך n סוגים של איברים. (\*\*) |
|  |  | 48 |  | מספר הצירופים עם חזרות נסמן: D |
|  |  | 49 |  | מספר הצירופים השונים עם חזרות = מספר הפתרונות של המשוואה (\*)  ניתן להסתכל על הבעיה כ:  פיזור (חלוקה) של k עצמים זהים בn תאים שונים בעלי קיבול בלתי מוגבל. (\*\*)  (\*\*) אותה הבעיה, 3 תצוגות שונות |
|  |  | 51 |  |  |
|  | ש2.52 | 54 | 161 | מספר פתרונות של המשוואה (\*) ***בשלמים חיוביים*** – לפחות כדור אחד בכל תא  = |
|  |  | 56-57 |  | פתרון המשוואה (\*) בטבעיים אם הם שלמים שצריכים לקיים: |
|  | ש2.59  ש2.60 | 57 | 162 | דוגמאות לפתרון המשוואה (\*) כאשר הפתרונות הם ***מספרים שלמים*** |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  | ש2.61 | 58 | 58 | מספר האפשרויות לחלק ***k עצמים שונים לn תאים שונים***  אם לתא ה-i יש להכניס עצמים,  (לסדר העצמים בתוך התא אין חשיבות) |
|  | ש2.65 | 59 | 59 | מספר האפשרויות לפזר ***k עצמים שונים בn תאים שונים*** כאשר יש חשיבות לסדר בו מופיעים העצמים בתוך התא |
|  | ש2.66 | 60 | 163 | מספר האפשרויות לפזר ***k עצמים שונים בn תאים שונים*** ובכל תא *לפחות עצם אחד*,כאשר יש חשיבות לסדר בו מופיעים העצמים בתוך התא |
|  | ש2.67 | 60 | 163 | מספר האפשרויות לפזר ***k עצמים שונים בn תאים זהים*** ובכל תא *לפחות עצם אחד*,כאשר יש חשיבות לסדר בו מופיעים העצמים בתוך התא |
|  | ש2.79 | 64 | 166 | הטלת n קוביות זהות |
|  | ש2.81 | 64 | 166 | התקדמות ברשת מהנקודה (0,0) לנקודה (k,n) (בגודל 1, ימינה או למעלה בלבד, כלומר ללא חזרות) |
|  | ש2.84 | 65 | 167 | שימוש בהוכחה קומבינטורית כדי להוכיח שהמספרים שלמים: |

**פרק 3 - הבינום של ניוטון; המקדמים הבינומיים**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| שם הגדרה | מספר סעיף | עמוד | עמוד פתרון |  |
|  |  | 66 |  |  |
| מקדמים בינומיים |  | 67 |  | תכונות המקדמים המופיעים בפיתוח הבינום |
| תזכורת |  | 68 |  | (1)  (2) |
| משולש פסקל |  | 68 |  |  |
|  | ש3.9 | 71 | 170 |  |
|  | ש3.10 | 72 | 170 |  |
|  | ש3.12  ש3.19 | 72  75 | 72  75 |  |
|  | ש3.13 | 73 | 73 |  |
|  | ש3.15 | 73 | 171 |  |
|  | ש3.16 | 74 |  |  |
|  | ש3.17 | 74 |  |  |
|  | ש3.18 | 75 |  |  |
|  | ש3.20 | 75-76 | 174 |  |
|  | ש3.21 | 78 | 175 |  |
|  | ש3.22 | 78 | 78 |  |
|  | ש3.23 | 78 | 175 |  |
|  | ש3.24 | 78 | 175 |  |
| פיתוח מולטינומי | ש3.25 | 79 | 176 |  |
|  | ש3.26 | 79 | 176 | הרחבת הנ"ל ל5 איברים |
|  | ש3.28 | 79 | 177 | מציאת סכום מקדמי פיתוח |

**פרק 4 – עקרון ההכלה וההפרדה**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| שם הגדרה | מספר סעיף | עמוד | עמוד פתרון |  |
|  |  | 80 |  | אם קבוצות סופיות אז |
|  |  | 81 |  | (יש רישום עבור 3 קבוצות) |
|  | ש4.5 | 82 | 177 | נוסחה עבור |
| משפט ההכלה וההפרדה |  | 88 |  | נתונות n קבוצות סופיות  מספר איברי קבוצת האיחוד הוא |
|  |  | 88 |  | הוכחה בשאלה 4.13 |
|  | ש4.15 |  |  | מספר האפשרויות לפזר n כדורים שונים בk תאים שונים, באופן שלפחות תא אחד ישאר ריק: |
| אי סדר מלא | 4.2.1 | 90 |  |  |
| הפונ' של אויילר | 4.2.2 | 92 |  |  |
| משוואות לינאריות עם פתרונות במספרים שלמים | 4.2.3 | 94 |  |  |